

## 9 класс. Экспериментальный тур. Решение

### 1. Бумажная масса

1.1. Стандартный размер тетрадного листа 17 см × 20,5 см, а половины листа, соответственно 17 см × 10,3 см. Тогда его площадь  $S_0 = 17 \text{ см} \cdot 10,3 \text{ см} = 175,1 \text{ см}^2$ .

*Примечание.* Размеры листа могут незначительно отличаться от указанных.

1.2. Результаты измерений представлены в таблице 1. График полученной зависимости изображён на рисунке 1.

Таблица 1. Результаты измерений.

| N  | S, см <sup>2</sup> | m, г | N  | S, см <sup>2</sup> | m, г  |
|----|--------------------|------|----|--------------------|-------|
| 1  | 171                | 1,05 | 11 | 1881               | 10,75 |
| 2  | 342                | 2,00 | 12 | 2052               | 11,75 |
| 3  | 513                | 2,95 | 13 | 2223               | 12,70 |
| 4  | 684                | 3,90 | 14 | 2394               | 13,60 |
| 5  | 855                | 4,85 | 15 | 2565               | 14,65 |
| 6  | 1026               | 5,75 | 16 | 2736               | 15,70 |
| 7  | 1197               | 6,70 | 17 | 2907               | 16,75 |
| 8  | 1368               | 7,70 | 18 | 3078               | 17,75 |
| 9  | 1539               | 8,80 | 19 | 3249               | 18,80 |
| 10 | 1710               | 9,75 | 20 | 3420               | 19,90 |

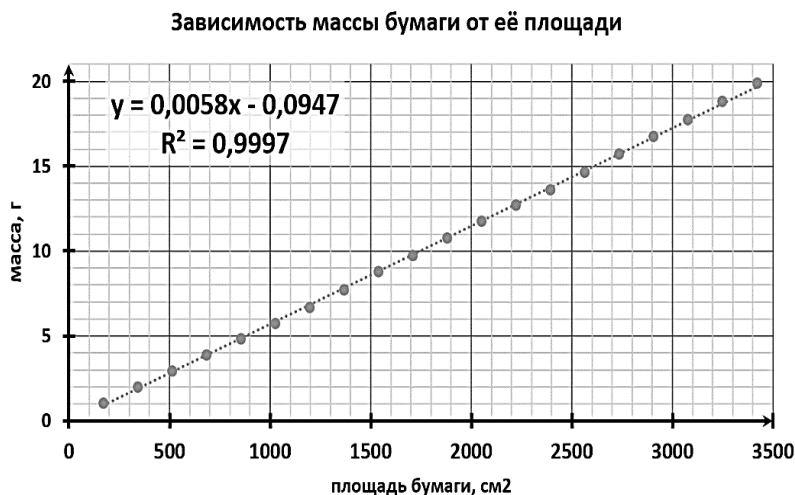


Рисунок 1. Зависимость массы бумаги от площади

*Примечание.* Измерения достаточно проводить с точностью 0,1 г.

1.3. Как видно из графика зависимость массы бумаги от её площади является прямой пропорциональностью ( $m = k_1 S$ ). Угловым коэффициентом  $k_1$ , рассчитанным<sup>1</sup> методом наименьших квадратов (МНК), для приведённых в таблице значений

$$k_1 = 0,00578 \frac{\text{г}}{\text{см}^2} = 57,8 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}.$$

С другой стороны массу  $N$  листов можно рассчитать как

$$m = m_0 N = \sigma S_0 N = \sigma S.$$

Так у нас есть экспериментальная зависимость  $m(S)$ , то исходя из соотношения  $m = \sigma S$ , значение углового коэффициента зависимости  $k_1$  и есть значение поверхностной плотности  $\sigma = 57,8 \text{ кг/м}^2$ .

Результаты контрольных измерений приведены в таблице 1.

1.4. Рассчитанная МНК погрешность коэффициента  $k_1$

$$\Delta k_1 = 2,28571 \cdot 10^{-5} \frac{\text{г}}{\text{см}^2}; \quad \varepsilon_{k_1} = \frac{\Delta k_1}{k_1} = 0,00395 = 0,40 \%$$

Таким образом:  $\sigma = (57,8 \pm 0,2) \text{ г/м}^2$ .

<sup>1</sup> Угловым коэффициентом также можно определить по графику, как это предлагается в школьных лабораторных работах.

1.5. Измеренная масса круга  $m_k = 1,8$  г, тогда его площадь может быть найдена как

$$S_k = \frac{m_k}{\sigma}; \quad S_k = \frac{1,8 \text{ г}}{0,00578 \frac{\text{г}}{\text{см}^2}} = 311,4 \text{ см}^2.$$

## 2. Бумажная плотность

2.1. Результаты измерений представлены в таблице 2. График зависимости изображён на рисунке 2.

Таблица 2. Результаты измерений.

|       |     |     |     |      |     |     |      |      |      |      |
|-------|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|------|------|------|
| N     | 1   | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   | 7    | 8    | 9    | 10   |
| d, мм | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,45 | 0,6 | 0,6 | 0,65 | 0,7  | 0,8  | 0,85 |
| N     | 11  | 12  | 13  | 14   | 15  | 16  | 17   | 18   | 19   | 20   |
| d, мм | 0,9 | 1   | 1,1 | 1,2  | 1,3 | 1,4 | 1,45 | 1,55 | 1,65 | 1,7  |

Зависимость толщины стопки листов от их количества

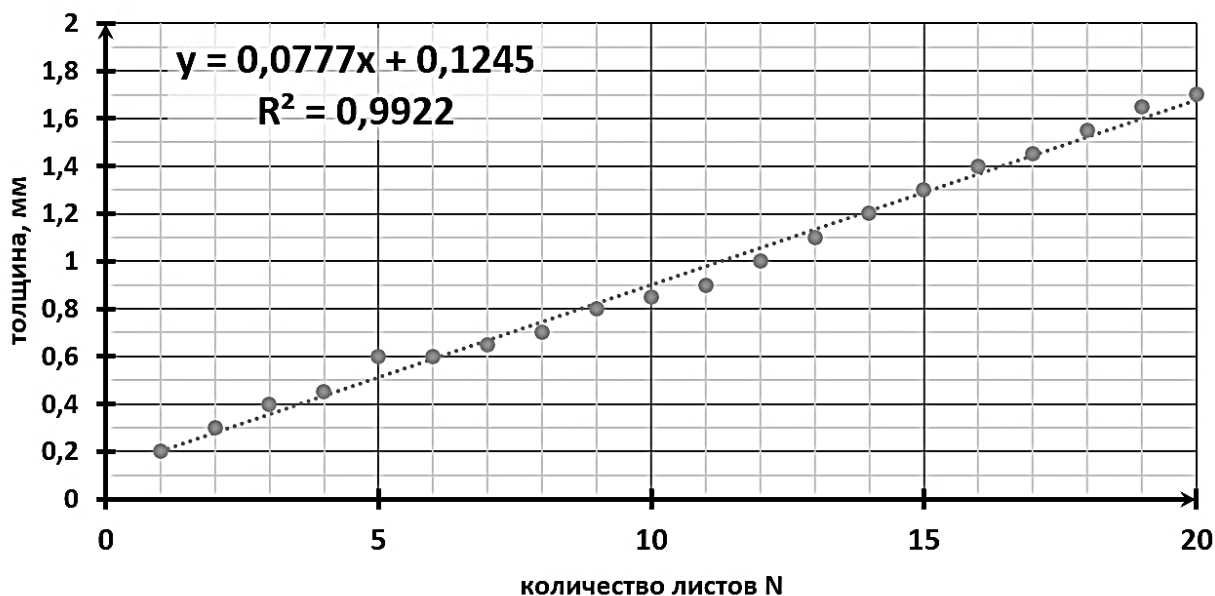


Рисунок 2. Зависимость толщины стопки листов от их количества

2.2. Как видно из графика, зависимость толщины стопки листов от их количества прямая ( $d = k_2 N$ ). Очевидно, что толщину  $N$  листов можно рассчитать, как  $d = d_0 N$ , где  $d_0$  – толщина одного листа. Так как у нас есть экспериментальная зависимость  $d(N)$ , то угловой коэффициент  $k_2$  этой зависимости и есть толщина  $d_0$  одного листа. Рассчитанный методом наименьших квадратов (МНК) коэффициент  $k_2$ , для приведённых в таблице значений

$$k_2 = 0,077669 \text{ мм} = 77,7 \text{ мкм}.$$

2.3. Рассчитанная МНК погрешность коэффициента  $k_2$

$$\Delta k_2 = 0,001619 \frac{\text{г}}{\text{см}^2}; \quad \varepsilon_{k_2} = \frac{\Delta k_2}{k_2} = 0,0208 = 2,1 \%$$

Таким образом:  $d_0 = (77,7 \pm 1,6)$  мкм.

#### 2.4. Плотность бумаги

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{S \cdot d_0} = \frac{\sigma}{d_0}; \quad \rho = \frac{57,8 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}}{77,7 \text{ мкм}} = \frac{57,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}}{77,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 744 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Оценим погрешность рассчитанного значения плотности бумаги  $\rho$

$$\varepsilon_\rho = \varepsilon_\sigma + \varepsilon_{d_0} = \varepsilon_{k_1} + \varepsilon_{k_2}; \quad \varepsilon_\rho = 0,40 \% + 2,1 \% = 2,5 \%$$

$$\Delta\rho = \varepsilon_\rho \cdot \rho; \quad \Delta\rho = 0,025 \cdot 744 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 19 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом:  $\rho = (744 \pm 19)$  кг/м<sup>3</sup>.