

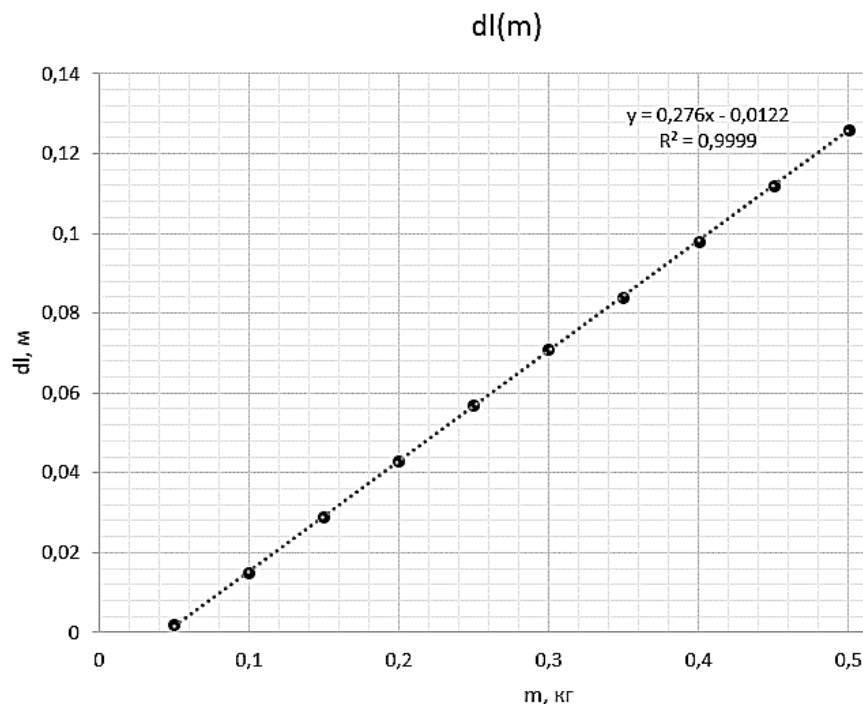
11 класс. Экспериментальный тур. Решение

Математический пружинный маятник

1.1. Результаты измерений представлены в таблице 1.

№	m, г	l, м	dl, м	t, с	T, с	T ² , с ²
1	0	0,230	0,000	-	-	-
2	0,05	0,232	0,002	-	-	-
3	0,10	0,245	0,015	3,75	0,375	0,14063
4	0,15	0,259	0,029	4,58	0,458	0,20976
5	0,20	0,273	0,043	5,06	0,506	0,25604
6	0,25	0,287	0,057	5,69	0,569	0,32376
7	0,30	0,301	0,071	6,11	0,611	0,37332
8	0,35	0,314	0,084	6,53	0,653	0,42641
9	0,40	0,328	0,098	6,98	0,698	0,48720
10	0,45	0,342	0,112	7,32	0,732	0,53582
11	0,50	0,356	0,126	7,71	0,771	0,59444

1.2. График зависимости $dl(m)$ приведён на рисунке.



1.3. Зависимость носит линейный характер. Значение коэффициентов α и β и их погрешности вычислены методом наименьших квадратов (МНК)

$$\alpha = 0,2760 \frac{\text{М}}{\text{КГ}}; \beta = -0,00122 \text{ м} = -1,22 \text{ мм};$$

$$\Delta\alpha = 0,0007 \frac{\text{М}}{\text{КГ}}; \Delta\beta = 0,0002 \text{ м} = 0,2 \text{ мм}.$$

α – коэффициент пропорциональности, равный

$$\alpha = \frac{dl}{m} \quad (1).$$

Величина β , на первый взгляд, должна быть равна нулю. Однако, пружины часто делают с натягом, то есть, если бы не размеры проволоки, пружины сжались бы ещё больше. Таким образом, значение β отрицательное и показывает, на сколько могли бы ещё сжаться пружины. Так как в нашем случае, погрешность $\Delta\beta$ меньше β , её значением нельзя пренебречь. Следовательно, пружина изготовлена с натягом.

1.4. С помощью формулы (1) и условия равновесия выразим k

$$kdl = mg \rightarrow k = \frac{mg}{dl} = \frac{g}{\alpha} = \frac{9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{0,2760 \frac{\text{М}}{\text{кг}}} = 35,543 \frac{\text{Н}}{\text{М}}.$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_g + \varepsilon_\alpha = \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{0,01 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} + \frac{0,0007 \frac{\text{М}}{\text{кг}}}{0,2760 \frac{\text{М}}{\text{кг}}} = 0,0035;$$

$$\Delta k = \varepsilon_k k_1 = 0,0035 * 35,543 \frac{\text{Н}}{\text{М}} = 0,1252 \frac{\text{Н}}{\text{М}} \approx 0,13 \frac{\text{Н}}{\text{М}}.$$

Тогда

$$k = (35,54 \pm 0,13) \frac{\text{Н}}{\text{М}}.$$

$$k_1 = 2k = (71,1 \pm 0,3) \frac{\text{Н}}{\text{М}}$$

2.1. Результаты измерений представлены в таблице 1.

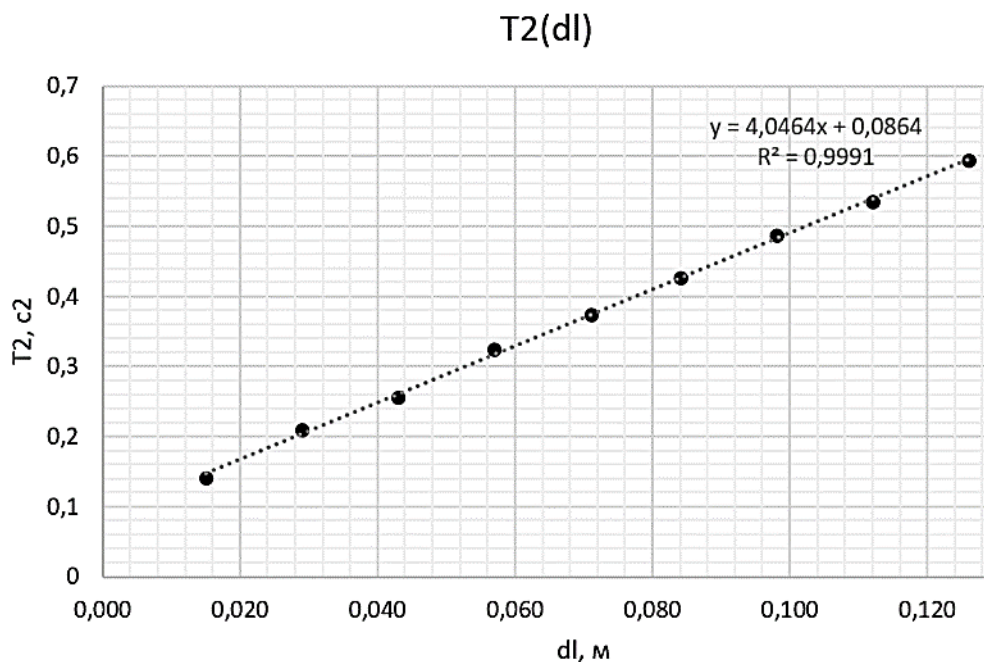
2.2. Из условия равновесия следует

$$k_2 = \frac{mg}{dl}.$$

Подставим полученное значение в формулу (2)

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{mdl}{mg} = 4\pi^2 \frac{dl}{g} \quad (3).$$

Дальнейшие действия аналогичны пункту 2.2. При построении используются данные, полученные в части 2. График полученной зависимости представлен на рисунке



Значения коэффициентов и их погрешность получены МНК.

$$\alpha = 4,0464 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}; \beta = 0,0864 \text{ с}^2;$$

$$\Delta\alpha = 0,0471 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}; \Delta\beta = 0,0116 \text{ с}^2.$$

2.3. Из формулы (3) следует

$$\alpha = \frac{4\pi^2}{g} \rightarrow g = \frac{4\pi^2}{\alpha} = \frac{4 \cdot 3,1416926^2}{4,0464 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}} = 9,7564 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon_\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{0,0471 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}}{4,0464 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}} = 0,0116;$$

$$\Delta g = \varepsilon_g g = 0,0116 * 9,7564 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 0,1135 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 0,11 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Тогда

$$g = (9,76 \pm 0,11) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2.4. Значение ускорения свободного падения $g = 9,7564 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ попадает в полученный интервал.

Возможные расхождения могут объясняться погрешностью измерений.